



WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI I INFORMATYKI  
INSTYTUT AUTOMATYKI I INFORMATYKI  
KIERUNEK AUTOMATYKA I ROBOTYKA  
STUDIA STACJONARNE I STOPNIA

PRZEDMIOT : : LABORATORIUM PODSTAW AUTOMATYKI

**6. Badanie stabilności układów na podstawie kryterium Nyquista.  
Zapas fazy i wzmocnienia**

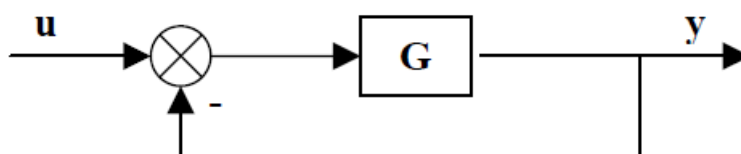
**1. Stabilność**

Kryterium Nyquista opiera się na badaniu charakterystyki amplitudowo-fazowej otwartego układu automatyki, która pozwala sądzić o stabilności układu zamkniętego. Kryterium stabilności Nyquista brzmi:

Układ zamknięty jest stabilny jeżeli charakterystyka amplitudowo-fazowa odpowiadającego mu układu otwartego okrąży punkt  $(-1, j0)$  łącznie  $m/2$  razy w kierunku odwrotnym do kierunku ruchu wskazówek zegara przy zmianach częstotliwości w zakresie od 0 do  $+\infty$ . Liczba  $m$  jest liczbą pierwiastków równania charakterystycznego układu otwartego, mających dodatnie części rzeczywiste.

Układy otwarte, których równania charakterystyczne nie posiadają pierwiastków o dodatnich częściach rzeczywistych, są po zamknięciu stabilne, jeżeli ich charakterystyki amplitudowo-fazowe nie obejmują punktu  $(-1, j0)$ , tzn., że poruszając się wzdłuż charakterystyki amplitudowo-fazowej w kierunku wzrastających częstotliwości, punkt  $(-1, j0)$  znajduje się zawsze po lewej stronie.

**Zadanie 1:** Zbadać stabilność układu:



Dla:

$$a) G(s) = \frac{k}{s^3+3s^2+s+1}$$

$$b) G(s) = \frac{k}{2s^3+3s^2+s+1}$$

Wykreślić charakterystyki Nyquista (tylko dla dodatnich wartości  $\omega$ ), nanieść bieguny układu otwartego i zamkniętego (na tej samej płaszczyźnie), podać wartości biegunów, nanieść punkt  $(-1, j0)$  oraz osie  $y=0$  i  $x=0$ .

Przykładowy kod m-file:

```
: % czyszczenie pamięci roboczej
: % zamykania otwartych okien graficznych

liczG=[0,0,0,1];
mianG=[1,3,1,1];

rG = roots(mianG)
% pierwiastki układu otwartego
%
%
%

obiektG = tf(liczG,mianG); % obiekt A

: % obiekt zamknięty

[liczZ, mianZ] = tfdata(obiektZ_G, 'v');
rZ_A = roots(mianZ)
% pierwiastki układu zamkniętego
%
%
%

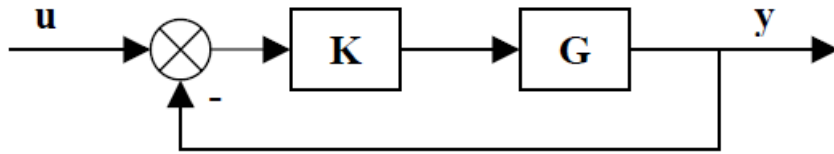
figure(1)
hold on;

: % charakterystyka Nyquista

plot(Re, Im)
plot(rA, 'b+')
plot(rZ_A, 'g*')
point=complex(-1,0);
plot(point, 'ro', 'MarkerFaceColor', 'r')
V=axis;
plot(floor(V(1)):ceil(V(2)), zeros(length(floor(V(1)):ceil(V(2)))) , 'k:');
plot(zeros(length(floor(V(3)):ceil(V(4)))) , floor(V(3)):ceil(V(4)) , 'k:');

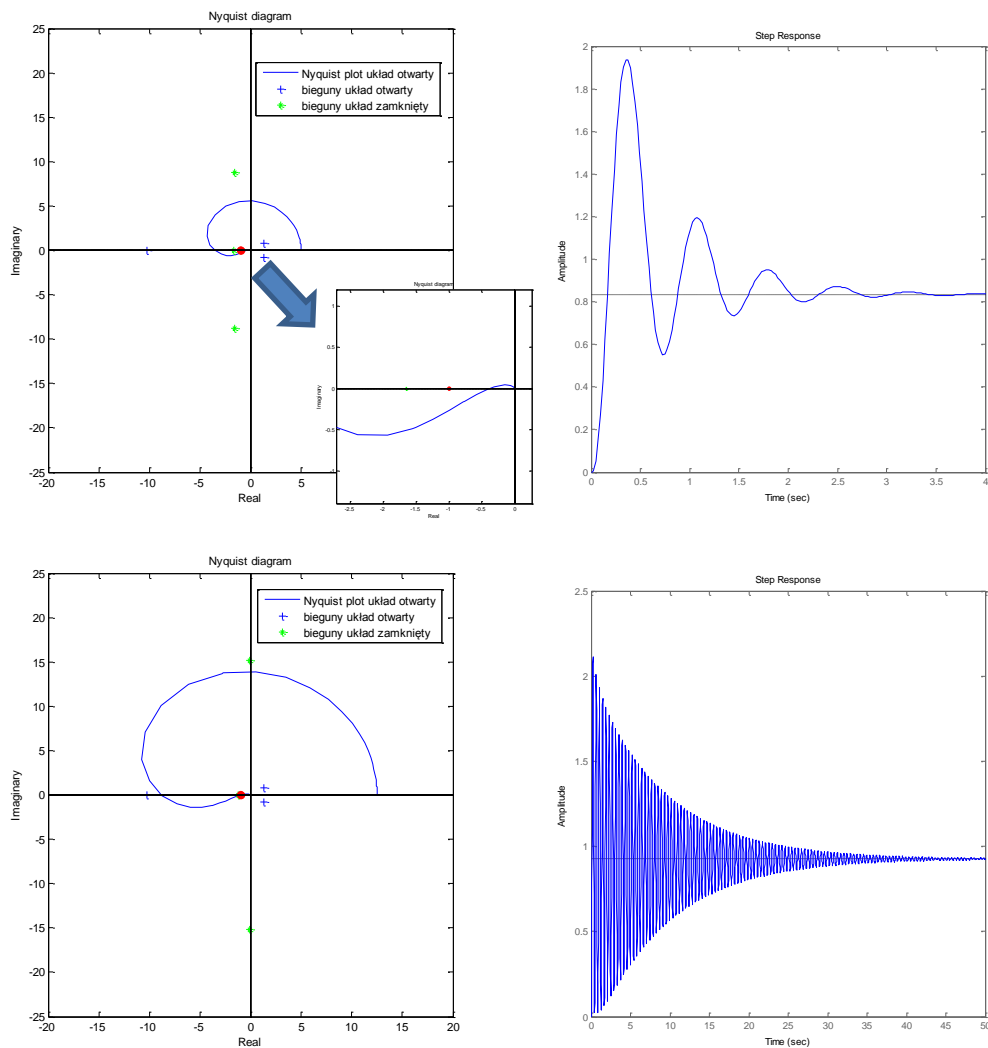
: % legenda
: % tytuł
: % opis osi X
: % opis osi Y
```

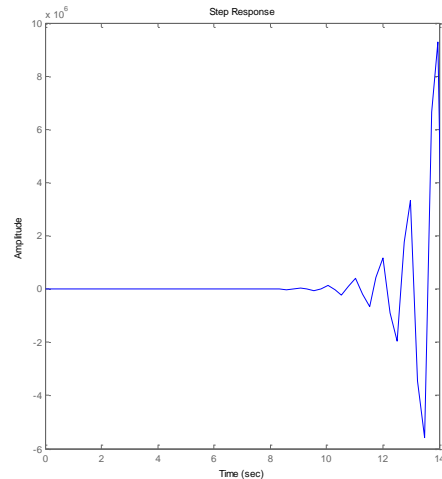
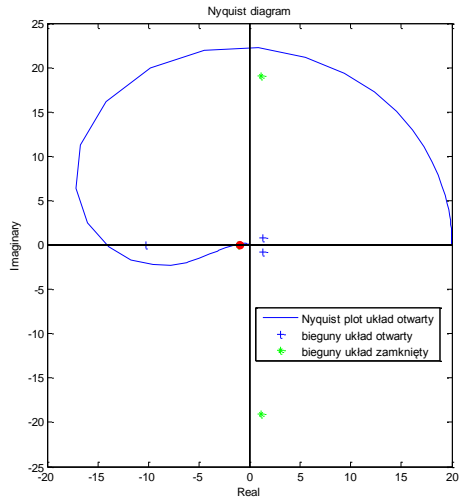
**Zadanie 2:** Zbadać stabilność układu:



$$G(s) = \frac{s+1}{0.01s^4+0.5s^3+3s^2-10s+10} \text{ dla } K=\{50,125,200\}$$

Określić stabilność na podstawie przebiegu charakterystyki Nyquista (zaprezentować charakterystyki jak na przykładowym rysunku poniżej oraz przy dużym powiększeniu w pobliżu punktu  $-1, j0$ ), na podstawie położenia biegunów, na podstawie charakterystyk skokowych.





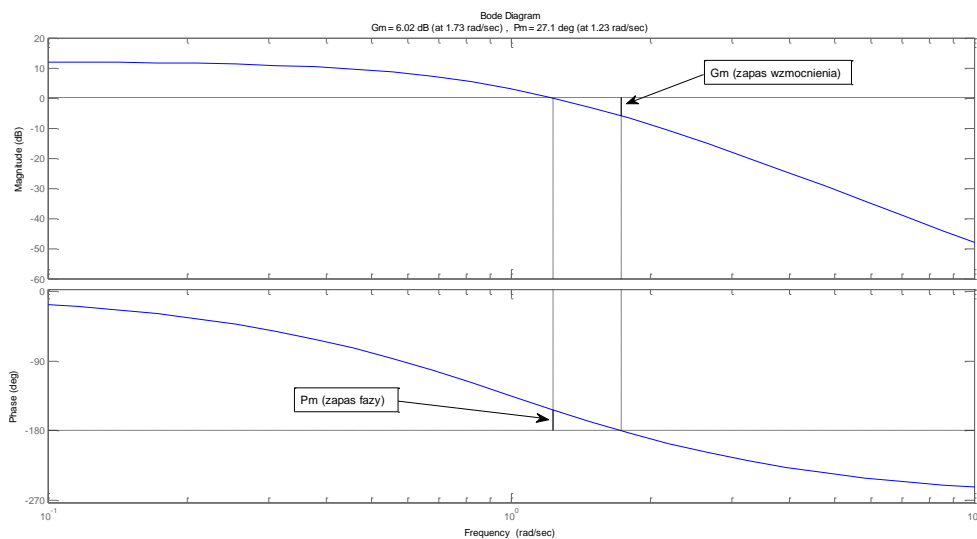
## 2. Zapas fazy i wzmocnienia

Stabilność względna systemu jest określana przez parametry takie jak zapas wzmocnienia i zapas fazy, które pozwalają na określenie „jak daleko” system znajduje się od granicy stabilności wyznaczonej przez kryterium Nyquista. Parametry te są jednoznacznie zdefiniowane jedynie dla przypadku gdy układ otwarty jest stabilny. Można je wyznaczyć metodą graficzną, na podstawie wykresów Bodego lub Nyquista układu otwartego.

**Wyznaczenie zapasu wzmocnienia i zapasu fazy na podstawie wykresów Bodego:**

**Zapas wzmocnienia Gm** (ang. *gain margin*) – wartość wzmocnienia, dla którego faza osiąga  $-180^\circ$ . Jego wartość oznacza o ile można zwiększyć wzmocnienie zanim stracimy stabilność.

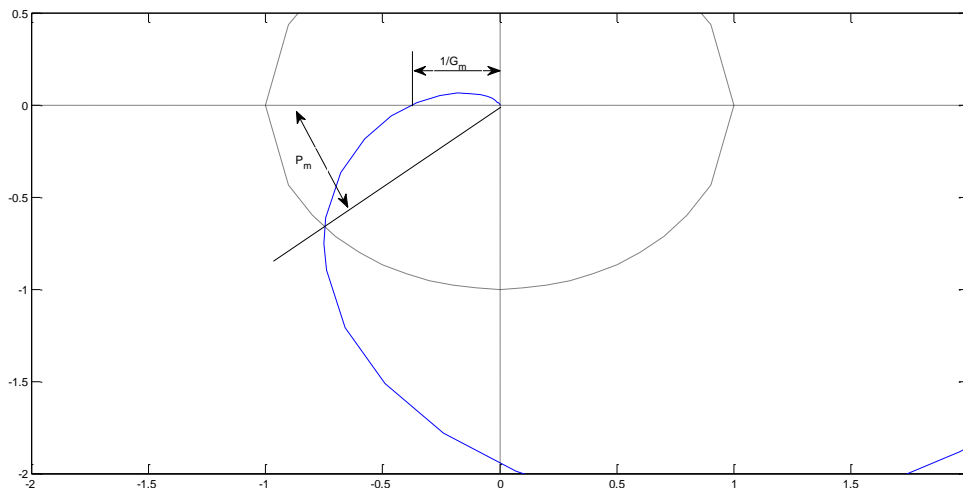
**Zapas fazy Pm** (ang. *phase margin*) – wartość fazy dla częstotliwości, przy której wzmocnienie wynosi 1 (0 dB). Jego wartość oznacza o ile można zmniejszyć przesunięcie fazowe zanim stracimy stabilność.



## Wyznaczenie zapasu wzmocnienia i zapasu fazy na podstawie wykresów Nyquista:

**Zapas wzmocnienia  $G_m$**  – odwrotność długości odcinka wyznaczonego przez początek układu współrzędnych oraz punkt przecięcia wykresu Nyquista z ujemną półosią  $\text{Re}(G(j\omega))$ .

**Zapas fazy  $P_m$**  – kąt między półprostą wychodzącą z początku układu współrzędnych i przechodzącą przez punkt przecięcia wykresu Nyquista z kołem jednostkowym.



## Obliczanie zapasu wzmocnienia i zapasu fazy dla układu zamkniętego.

Dany jest układ:

$$G(s) = \frac{4}{(s+1)^3}$$

Zapisujemy licznik i mianownik transmitancji za pomocą zer, biegunów i wzmocnienia:

```
[licz,mian]=zp2tf([],[-1 -1 -1],4);
```

Obliczamy zapas wzmocnienia  $G_m$  i zapas fazy  $P_m$  za pomocą funkcji **margin**:

```
[Gm,Pm]=margin(licz,mian)
```

Przy czym

$$Gm_{dB} = 20 \cdot \log_{10}(Gm)$$

lub

```
margin(licz,mian)
```

funkcja wywołana bez parametrów wyjściowych rysuje cha-ki Bode'go z graficzną prezentacją zapasu fazy i wzmocnienia.

**Zadanie 3:** Obliczyć wzmocnienia układu zamkniętego dla danego zapasu wzmocnienia i zapasu fazy.

Dany jest układ:

$$G(s) = \frac{k}{(s+1)^3}$$

Należy obliczyć wartość wzmocnienia  $k$  układu zamkniętego dla którego:

- a) zapas fazy wynosi  $45^\circ$ ,
- b) zapas wzmocnienia wynosi 6[dB].

Należy w tym celu wykorzystać funkcję **fminsearch** (patrz ćwiczenie 5) oraz przygotować funkcję:

```
function e = faza(k)
Zp=45; % zadany zapas fazy
[licz,mian] = zp2tf([], [-1 -1 -1], k);
[Gm, Pm] = margin(licz,mian);
e=abs(Pm-Zp); % błąd
```

funkcję należy wywołać z innego skryptu:

```
[wynik_Kp,blad_Kp]=fminsearch('faza',1)
```

**Następnie wyświetlić wartość wyliczonego wzmocnienia oraz błąd i zaprezentować margines fazy na charakterystykach Bodego i Nyquista.**

To samo przeprowadzić dla podpunktu b (pamiętać o mierze dB).