



WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI I INFORMATYKI  
INSTYTUT AUTOMATYKI I INFORMATYKI  
KIERUNEK AUTOMATYKA I ROBOTYKA  
STUDIA STACJONARNE I STOPNIA

PRZEDMIOT : : LABORATORIUM PODSTAW AUTOMATYKI

**3. Charakterystyki czasowe podstawowych obiektów dynamicznych**

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z charakterystykami czasowymi (odpowiedziami obiektu na określone wymuszenie w dziedzinie czasu) podstawowych obiektów dynamicznych. Ćwiczenie ma być wykonane drogą symulacji w środowisku MATLAB. Należy zbadać odpowiedzi obiektów takich jak:

- obiekt inercyjny I rzędu  $G(s) = \frac{k}{Ts+1}$
- obiekt inercyjny II rzędu  $G(s) = \frac{k}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1}$
- obiekt oscylacyjny II rzędu  $G(s) = \frac{k}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$
- obiekt całkujący z inercją I rzędu  $G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts+1)}$
- obiekt różniczkujący rzeczywisty  $G(s) = \frac{T_d s}{Ts+1}$
- obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem  $G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts+1}$

na następujące typy wymuszeń:

- skok jednostkowy (charakterystyki skokowe)
- delta Diraca (charakterystyki impulsowe).

**1. Zapis transmitancji w MATLABIE**

Transmitancja jest reprezentowana przez dwa wektory, zawierające współczynniki jej licznika i mianownika (w kolejności od najwyższej potęgi „s”). Sposób zapisu powyższych obiektów jest podany w tabeli:

Transmitancja	Licznik transmitancji	Mianownik transmitancji
$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$	licznik = [0,k]	mianownik = [T,1]
$G(s) = \frac{k}{T_1T_2s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$	licznik = [0,0,k]	mianownik = [T1*T2,T1+T2,1]
$G(s) = \frac{k}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}$	licznik = [0,0,k]	mianownik = [T^2,2*ksi*T,1]
$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)}$	licznik = [0,k]	mianownik = [T*Ti,Ti,0]
$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1}$	licznik = [Td,0]	mianownik = [T,1]
$G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts + 1}$	Patrz pkt. 4	Patrz pkt. 4

Uwaga: należy stosować zapis z użyciem zmiennych symbolicznych (T, k, itp.) po wcześniejszym przypisaniu im konkretnych wartości liczbowych.

## 2. Wyznaczanie charakterystyk czasowych

Do wyznaczania charakterystyk czasowych należy wykorzystać następujące funkcje:

```
step(licz, mian); %charakterystyka skokowa
impulse(licz, mian); %charakterystyka impulsowa
```

Jeżeli funkcje te nie zawierają argumentów wyjściowych (tak jak powyżej) to automatycznie generowany jest wykres odpowiedniej charakterystyki. Jeżeli mają one argumenty wyjściowe postaci:

```
[y,x,czas] = step(licz, mian);
[y,x,czas] = impulse(licz, mian);
```

to wtedy otrzymuje się wektory zawierające składowe odpowiedniej charakterystyki.

## 3. Rysowanie wykresów

Wykresy są generowane automatycznie (patrz punkt 2) lub można je narysować za pomocą instrukcji `plot`, np.:

```
plot(czas, y)
```

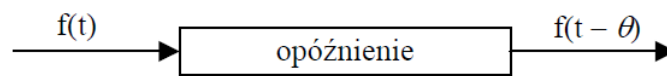
Można też narysować kilka rysunków na jednym wykresie, np.:

plot (czas1, y1, czas2, y2)

Można oczywiście skorzystać z funkcji hold, subplot oraz xlabel, ylabel, axis, title i legend.

#### 4. Zapis transmitancji z opóźnieniem

W układach automatyki często możemy się spotkać z pojęciem czasu opóźnienia. Przykładem może być zjawisko przepływu cieczy przez rurociąg. Zakładamy, że przepływ jest tłokowy i czas przepływu pojedynczej cząstki cieczy wzdłuż całego rurociągu równy jest  $\theta$ . W tym przypadku odcinek rurociągu można traktować jako element opóźniający



Jeżeli przyjmimy, że zachowanie się pewnej zmiennej u wlotu do rurociągu określa funkcja  $f(t)$  (reprezentująca np. temperaturę lub skład cieczy) to po czasie  $\theta$  na końcu rurociągu zaobserwujemy identyczny przebieg tej zmiennej.

Transformata Laplace'a funkcji przesuniętej w czasie o  $\theta$  jednostek czasu wynosi:

$$L[f(t - \theta)] = f e^{-s\theta}$$

Wynika stąd, że zależność zmiennej wyjściowej od zmiennej wejściowej dla układu opóźniającego wyraża się transmitancją  $e^{-s\theta}$ .

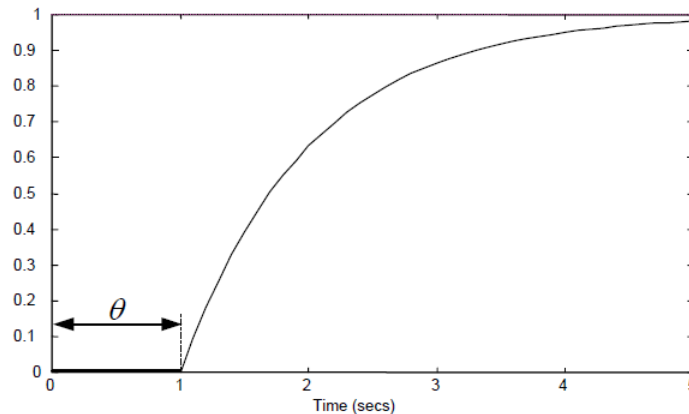
Przykładowo, układ inercyjny 1-go rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

z opóźnieniem o wartości  $\theta$  wyraża się transmitancją:

$$G(s) = \frac{k e^{-s\theta}}{Ts + 1}$$

Odpowiedź skokową dla tej transmitancji przedstawia poniższy rysunek (dla  $k=1$ ,  $T=1$ ,  $\theta=1$ ):



Forma eksponencjalna w powyższym wzorze nie zawsze jest dogodna do analizy systemu. W szczególności nie można wtedy w prosty sposób faktoryzować układu za pomocą jedynie biegunów i zer. Jedną z metod sprowadzenia układu z opóźnieniem do postaci wielomianowej jest aproksymacja Pade’go. Polega ona na zastąpieniu członu  $e^{-s\theta}$  formą wielomianową, tak jak w poniższej tabeli:

Aproksymacja Pade’go 1-go rzędu	Aproksymacja Pade’go 2-go rzędu
$e^{-s\theta} \approx \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{1 + \frac{\theta}{2}s}$	$e^{-s\theta} \approx \frac{1 - \frac{\theta}{2}s + \frac{\theta^2}{12}s^2}{1 + \frac{\theta}{2}s + \frac{\theta^2}{12}s^2}$

Aproksymacja Pade’go jest zaimplementowana w Matlabie w postaci funkcji **pade**. W celu zamodelowania obiektu inercyjnego I rzędu z opóźnieniem w Matlabie należy wykonać poniższe czynności:

- wyznaczamy transmitancję członu opóźniającego przy pomocy funkcji **pade**:

```
[licz_op, mian_op] = pade(theta, n)
```

gdzie: **theta** – opóźnienie w [s], **n** – rząd aproksymacji (np. n = 5). Po wykonaniu tej instrukcji otrzymujemy licznik i mianownik transmitancji członu opóźniającego zapisany pod zmiennymi **licz\_op** i **mian\_op**.

- zapisujemy transmitancję obiektu inercyjnego bez opóźnienia:

```
licz_iner = [0,k]; mian_iner = [T,1];
```

- łączymy obie transmitancje szeregowo za pomocą instrukcji **series**:

```
[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);
```

Otrzymujemy w ten sposób licznik i mianownik transmitancji obiektu inercyjnego z opóźnieniem.

Obiekt dynamiczny z opóźnieniem można otrzymać również wykorzystując instrukcję `tf` z parametrem `outputdelay`:

```
obiekt=tf(licz_iner,mian_iner,'outputdelay',theta)
```

## 5. Sprawozdanie

W sprawozdaniu należy zamieścić komplety charakterystyk skokowych i impulsowych dla każdego z wymienionych obiektów wraz z kodem źródłowym programu. Na wspólnych wykresach mają się znaleźć charakterystyki dla dwóch różnych zestawów parametrów obiektu (tzn. wzmocnienia i stałych czasowych) – dla tych samych zestawów wyznaczyć charakterystyki skokowe i impulsowe.

Dodatkowo dla obiektu oscylacyjnego należy wykonać wykresy dla współczynnika tłumienia  $\zeta$  większego i mniejszego od 1. Cały program powinien być zrealizowany w jednym m-pliku.

Poniżej przedstawiona jest przykładowa charakterystyka dla obiektu inercyjnego I rzędu.

