

OPRACOWANIE STATYSTYCZNE WYNIKÓW POMIARÓW

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z pakietem statystyczno – graficznym *MATLAB* oraz wykonanie pomiarów statystycznych pojemności kondensatorów.

2. Ćwiczenie laboratoryjne.

Pakiet statystyczno – graficzny *MATLAB* umożliwia analizę wyników statystycznych na podstawie wcześniej dokonanych pomiarów.

Zadanie 1

Należy zmierzyć pojemności kondensatorów znajdujących się w zbiorze.

PODSTAWOWE POJĘCIA

- średnia arytmetyczna (average) ozn. μ → suma wartości cechy podzielona przez ich liczebność
- wariancja (variance) ozn. σ^2 - suma kwadratów odchyłeń wartości cechy od średniej podzielona przez $N-1$
- odchylenie standardowe (standard deviation) ozn. σ - pierwiastek kwadratowy z wariancji
- błąd standardowy (standard error) - odchylenie standardowe średniej
- minimum - najmniejsza zaobserwowana wartość cechy
- maksimum - największa zaobserwowana wartość cechy
- rozstęp (range) - różnica między największą i najmniejszą wartością cechy, określająca długość przedziału zmienności cechy

Wykonanie:

1. Pomiary dla jednego kondensatora – odczyt pojemności w μF
2. Pomiary dla 10 różnych kondensatorów – odczyt pojemności w μF i konduktancji w mS.
3. Pomiary dla 91 różnych kondensatorów – odczyt pojemności w μF i konduktancji w mS.

Ad.1) Pomiary dla jednego kondensatora – odczyt pojemności w μF

Wykorzystując pakiet MATLAB dla obliczenia 10 pomiarów jednego kondensatora :

jeden kondensator	
Lp.	Pojemność [μF]
1	3,7
2	3,7
3	3,712
4	3,713
5	3,714
6	3,721
7	3,727
8	3,728
9	3,73
10	3,736

Dokonyjemy pomiaru wielokrotnego tej samej wielkości w tych samych warunkach .

$$C_i = C_1 \dots\dots C_{10}$$

Podane wyżej wartości wpisujemy do pakietu MATLAB następującą funkcją :

$$C2 = [3.7 \ 3.7 \ \dots\dots];$$

(zastosowanie średnika nie wypisuje zawartości na ekranie)

Aby obliczyć wartość średnią , odchylenie standardowe , X_{\min} i X_{\max} oraz przedział ufności dla S , korzystamy z następującej funkcji :

$$[\mu, s, \text{muci}, \text{sci}] = \text{normfit} (C2)$$

gdzie :

μ – wartość średnia

s – odchylenie standardowe

muci – X_{\min} i X_{\max}

sci – przedział ufności dla S

Odczytane wartości to :

$\mu = 3.7181$

$s = 0.0124$

$\mu_{ci} =$

3.7092

3.7270

$s_{ci} =$

0.0085

0.0226

Wartości te można również obliczyć za pomocą kalkulatora korzystając z następujących wzorów :

Wartość średnia : $\bar{C} = \sum_{m=1}^M C_i / n$

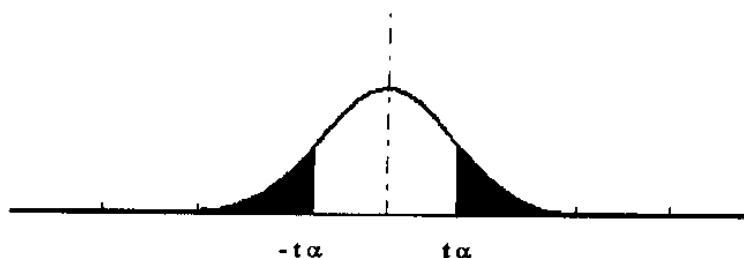
Odchylenie standardowe : $S = \sqrt{\frac{\sum (C_i - \bar{C})^2}{n-1}}$

Odchylenie standardowe średniej z pomiarów : $SC = \frac{S}{\sqrt{n}}$

Obliczenia niepewności pomiaru.

Aby obliczyć wariancję, korzystamy z rozkładu t-Studenta – używamy w tym celu pakiet MATLAB.

- 1) wpisujemy polecenie uruchamiające podaplikację *disttool* uruchamiające aplikację DISTTOOL .
- 2) Wybieramy rozkład t-Studenta oznaczony jako „T” (cdf - dystrybuanta).
- 3) Określamy wartość prawdopodobieństwa , które wynosi 0,95 powiększone o 0,025 co daje w sumie 0,975 - wpisujemy tę wartość w miejsce Probability .



$$1 - 0,95 = 0,05$$

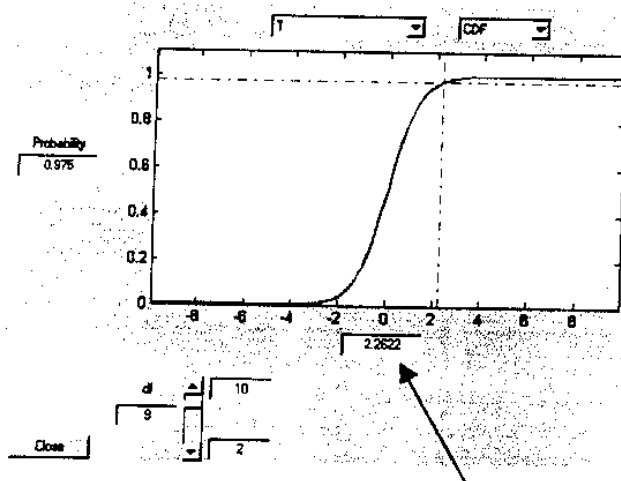
$$0,05 / 2 = 0,025$$

4) Zgodnie ze wzorem rozkładu t-Studenta, określamy k :

$$k = n-1 \text{ a } n=10$$

Zatem $k = 9$, co wpisujemy w miejsce df.

Odczytujemy wartość t znajdującą się pod wykresem.



Jak widać, $t = 2,2622$.

5) Mając wartość t, podstawiamy do wzoru na obliczenie przedziału ufności :

$\Delta C = S_{\bar{c}} * t$ jest to przedział wartości średniej t-Studenta.

$$C - S_{\bar{c}} * t \leq m \leq C + S_{\bar{c}} * t$$

$$3,718 - (0,0124 / \sqrt{10}) \leq m \leq 3,718 + (0,0124 / \sqrt{10})$$

$$3,718 - 0,0088 \leq m \leq 3,718 + 0,0088$$

obliczony przedział ufności wynosi ostatecznie :

$$3,7092 \leq m \leq 3,7268$$

Lub inaczej (korzystając z kalkulatora) :

5) Obliczamy wartość $S_{\bar{c}}$.

$$S_{\bar{c}} = S / \sqrt{n}$$

$$S_{\bar{c}} = 0,0124 / \sqrt{10}$$

$$S_{\bar{c}} = 0,004$$

7) Zatem niepewność pomiaru wynosi zgodnie ze wzorem :

$$\Delta C = S_{\bar{C}} * t$$

$$\Delta C = 0,004 * 2,26 = 0,0088$$

7) Zatem przybliżona pojemność kondensatorów wynosi :

$$C = \bar{C} \pm \Delta C$$

$$C = 3,718 \pm 0,0088 \mu\text{F}$$

Ad.2) Pomiar dla 10 różnych kondensatorów –
odczyt pojemności w μF i konduktancji w mS.

10 kondensatorów		
Lp.	Pojemność [μF]	Konduktancja [mS]
1	3,749	7,03
2	4,233	8,37
3	5,23	11,51
4	5,17	11,14
5	5,41	11,83
6	4,92	14,3
7	5,56	12,16
8	5,18	12,47
9	4,38	9,33
10	4,94	10,14

Ad.3) Pomiar dla 91 różnych kondensatorów –
odczyt pojemności w μF i konduktancji w mS.

Lp.	Pojemność [μF]	Konduktancja [mS]
1	5,26	11,00
2	5,46	11,54
3	5,04	10,51
4	3,97	4,58
5	4,39	9,23
6	4,08	10,77
7	5,39	7,64
8	4,34	7,87
9	4,59	6,88
10	4,17	6,56
11	5,45	13,16
12	4,63	9,48
13	4,45	6,98
14	4,69	6,16
15	4,60	6,13
16	5,15	13,50
17	5,05	10,46
18	3,93	7,91
19	4,82	5,53
20	4,16	4,70
21	4,97	6,45
22	4,18	9,79
23	5,34	11,42
24	4,25	8,29
25	5,04	6,64
26	6,09	9,96
27	5,59	14,88
28	5,16	6,64
29	4,84	6,05
30	5,05	13,73
31	4,73	6,76
32	4,29	10,70
33	5,60	11,54
34	5,59	12,04
35	4,96	6,24
36	3,99	5,13
37	4,44	7,95
38	4,68	5,03
39	4,60	5,11
40	4,59	4,72
41	5,08	6,30
42	4,17	9,81
43	4,99	6,03
44	5,01	6,15
45	5,06	8,68

Lp.	Pojemność [μF]	Konduktancja [mS]
46	5,27	6,42
47	5,28	11,88
48	5,29	11,85
49	5,29	11,83
50	4,45	7,53
51	5,04	6,37
52	4,70	6,76
53	4,82	6,36
54	4,62	8,94
55	4,37	4,65
56	3,73	7,15
57	5,24	10,71
58	4,19	4,72
59	5,10	8,98
60	5,48	5,77
61	4,22	8,53
62	3,99	5,72
63	5,22	12,80
64	4,48	7,38
65	4,57	5,46
66	4,79	7,34
67	5,43	12,65
68	5,36	12,84
69	4,77	7,05
70	4,30	8,80
71	5,42	5,64
72	4,44	5,90
73	4,75	5,91
74	5,89	12,77
75	5,29	5,93
76	2,13	14,39
77	4,37	11,53
78	5,02	9,62
79	4,56	8,17
80	3,78	7,07
81	4,47	7,37
82	4,51	5,78
83	4,42	8,94
84	4,32	6,60
85	4,66	7,47
86	3,98	7,11
87	4,62	5,07
88	4,91	4,81
89	4,92	4,77
90	3,76	5,17
91	4,38	4,24

Wykorzystujemy pakiet MATLAB do analizy pomiarów 91 różnych kondensatorów :

Dla pojemności [μF] :

1) wpisujemy po kolei zmierzone wartości używając następującego polecenia :

`C = [5.26 5.46] ;`

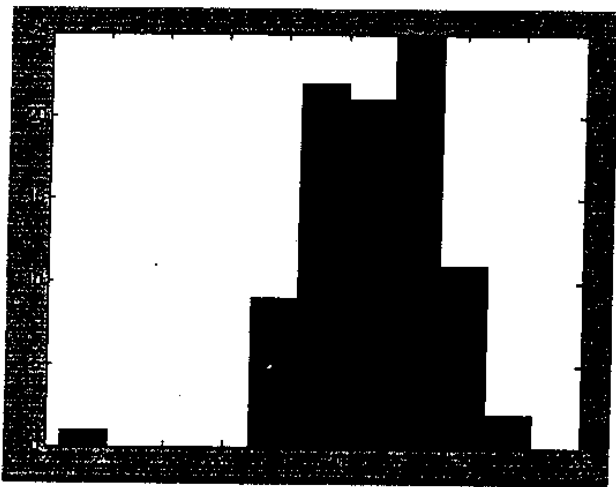
(zastosowanie średnika nie wypisuje zawartości na ekranie)

2) Dokonujemy sortowania funkcją :

`sort(C)`

3) rysujemy histogram następującą funkcją :

`hist(C,10)` gdzie 10 – oznacza liczbę klas podziału .



Tak samo postępujemy w przypadku KONDUKTANCJI , wpisując dane pod wartość G tzn.

`G = [.....] itd.`

1) wpisujemy po kolei zmierzone wartości używając następującego polecenia :

`G = [11.00 11.54] ;`

(zastosowanie średnika nie wypisuje zawartości na ekranie)

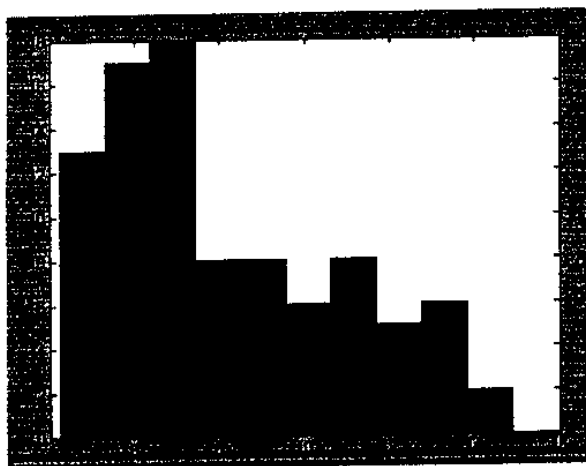
2) Dokonujemy sortowania funkcją :

`sort(G)`

3) rysujemy histogram funkcją :

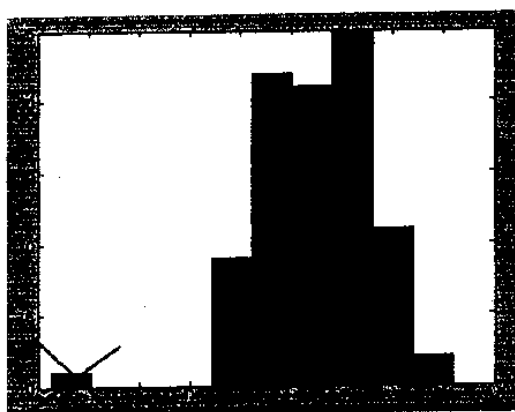
`hist(G,10)` gdzie 10 – oznacza liczbę klas podziału .

Gdzie histogram wygląda następująco :



3. Uwagi, wnioski i analiza krytyczna.

- 1) Pakiet MATLAB znacznie ułatwia i przyspiesza wykonywanie analizy statystycznej na podstawie wcześniej dokonanych pomiarów.
- 2) HISTOGRAM to wykres kolumnowy lub wykres słupkowy , który w statystyczny sposób graficznie przedstawia rozkład liczebności danego zbioru elementów (np. populacji), klasyfikowanego ze względu na pewną cechę. W naszym przypadku → Histogram pokazuje ile elementów z danego pomiaru ma przybliżone wartości.
- 3) Jak widać na histogramie dla pojemności, mała część pomiarów znacznie odbiega od pozostałych wartości, co przy pomiarach statystycznych jest pomijane.



- 4) Na histogramie dla konduktancji , żaden z pomiarów nie odbiegał od zakresu.
- 5) Po wykonaniu niezbędnych obliczeń , stwierdzamy że przybliżona pojemność zmierzonych kondensatorów wynosi $C = 3,718 \pm 0,0088 \mu\text{F}$