

POLITECHNIKA OPOLSKA

INSTYTUT AUTOMATYKI I INFORMATYKI



LABORATORIUM METROLOGII ELEKTRONICZNEJ

12. POMIARY REZYSTANCJI METODAMI MOSTKOWYMI

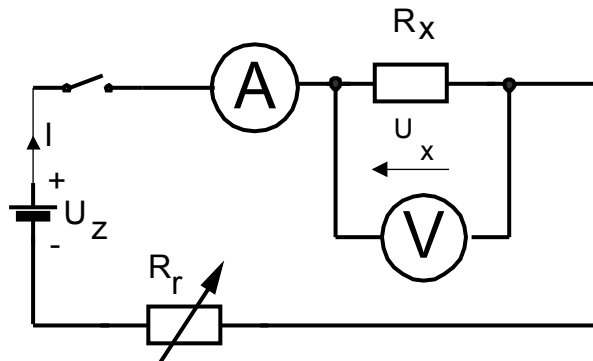
1. METODY POMIARU REZYSTANCJI

1.1. Wstęp

1.1.1 Metody techniczne

1.1.1.1. Układ poprawnie mierzonego napięcia

Układ poprawnie mierzonego napięcia (rys. 1.1) stosowany jest do pomiaru małych rezystancji w stosunku do rezystancji woltomierza.



Rys.1.1. Układ poprawnie mierzonego napięcia

Rezystancję R_x oblicza się ze wzoru

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} \quad (1.1)$$

gdzie: U_x - spadek napięcia na R_x

I_x - prąd płynący przez R_x

Woltomierz mierzy napięcie $U = U_x$, (1.2)

a przez amperomierz płynie prąd $I = I_x + I_v$. (1.3)

Ponieważ: $I_v = \frac{U}{R_v}$ (1.4)

gdzie: I_v – prąd płynący przez woltomierz

R_v – rezystancja woltomierza

Podstawiając równania (1.2), (1.3), (1.4) otrzymamy

$$R_x = \frac{U}{I - I_v} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_v}} \quad (1.5)$$

Jeśli pominiemy prąd płynący przez woltomierz, to mierzona rezystancja wyniesie

$$R_{x1} = \frac{U}{I} \quad (1.6)$$

Błąd systematyczny względny wyniesie

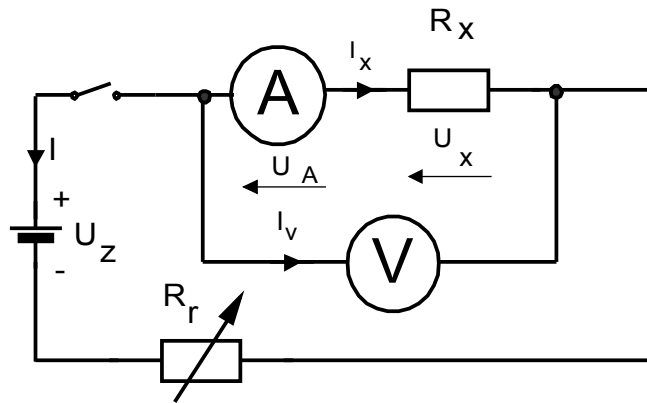
$$\begin{aligned} \frac{\Delta R_{xSYST}}{R_x} &= \frac{R_{x1} - R_x}{R_x} \cdot 100\% = \frac{\frac{U}{I_x + I_v} - \frac{U}{I_x}}{\frac{U}{I_x}} \cdot 100\% = - \frac{I_v}{I_x + I_v} \cdot 100\% = \\ &= - \frac{1}{1 + \frac{I_x}{I_v}} \cdot 100\% \end{aligned} \quad (1.7)$$

Ponieważ $I_x R_x = I_v R_v$, to

$$\frac{\Delta R_{xSYST}}{R_x} = - \frac{1}{1 + \frac{R_v}{R_x}} \cdot 100\% \quad (1.8)$$

1.1.1.2. Układ poprawnie mierzonego prądu.

Układ poprawnie mierzonego prądu (rys.1.2) stosowany jest do pomiaru dużych rezystancji w porównaniu z rezystancją amperomierza.



Rys.1.2. Układ poprawnie mierzonego prądu

Rezystancję R_x oblicza się ze wzoru

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} \quad (1.9)$$

Woltomierz mierzy spadek napięcia

$$U = U_x + U_A \quad (1.10)$$

Przez amperomierz płynie prąd

$$I = I_x \quad (1.11)$$

Ponieważ spadek napięcia na amperomierzu wynosi

$$U_A = I R_A \quad (1.12)$$

to podstawiając równania (1.10), (1.11), (1.12) otrzymamy

$$R_X = \frac{U - U_A}{I} = \frac{U - IR_A}{I} \quad (1.13)$$

Jeśli pominąć spadek napięcia na amperomierzu, to mierzona rezystancja wyniesie

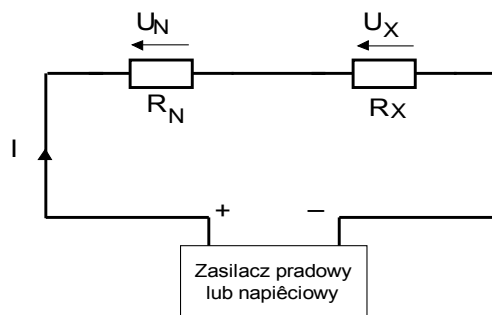
$$R_{X2} = \frac{U}{I} \quad (1.14)$$

Błąd systematyczny względny wynosi

$$\frac{\Delta R_{X\text{SYST}}}{R_X} = \frac{\frac{U}{I} - \frac{U - U_A}{I}}{\frac{U - U_A}{I}} \cdot 100\% = \frac{U_A}{U - U_A} \cdot 100\% = \frac{U_A}{U_X} \cdot 100\% = \frac{R_A}{R_X} \cdot 100\% \quad (1.15)$$

1.1.2. Pomiar rezystancji metodą porównawczą.

Pomiar rezystancji metodą porównawczą wykonuje się w układzie przedstawionym na rys.1.3.



Rys.1.3. Układ do pomiaru rezystancji metodą porównawczą

Mierzoną rezystancję wyznaczamy z poniższych zależności.

$$U_N = R_N \cdot I \quad (1.16)$$

$$U_X = R_X \cdot I \quad (1.17)$$

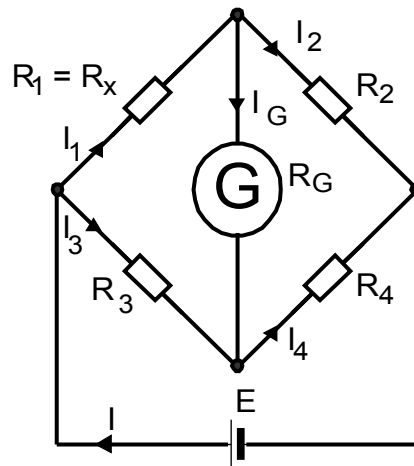
gdy $I = \text{const}$, to

$$\frac{U_N}{R_N} = \frac{U_X}{R_X} \quad (1.18)$$

$$R_X = \frac{U_X}{U_N} R_N \quad (1.19)$$

1.1.3. Pomiar rezystancji metodami mostkowymi.

1.1.3.1. Mostek Wheatstone'a.



Rys.1.4. Uproszczony układ mostka Wheatstone'a

Na rys.1.4 pokazany jest uproszczony układ mostka Wheatstone'a. Jest to mostek czteroramienny. Jednym z oporników jest nieznaną rezystor np. R_1 , pozostałe rezystancje są znane. W jednej z przekątnych mostka włączony jest galwanometr magnetoelektryczny o rezystancji R_G , w drugą przekątną włączone jest źródło zasilania o sile elektromotorycznej E . Ponieważ rezystancja wewnętrzna źródła jest niewielka w porównaniu z rezystancjami obwodu mostka, można ją pominąć. Prąd płynący przez galwanometr I_G zależy od mierzonej rezystancji.

Z pierwszego prawa Kirchhoffa otrzymujemy

$$\begin{aligned} I_1 + I_3 &= I \\ I_2 + I_G &= I_1 \\ I_4 &= I_G + I_3 \end{aligned}$$

a z drugiego

$$\begin{aligned} R_2 I_2 - R_4 I_4 - R_G I_G &= 0 \\ R_x I_1 + R_G I_G - R_3 I_3 &= 0 \end{aligned}$$

Po rozwiązaniu powyższego układu równań otrzymuje się

$$I_G = \frac{I(R_2 R_3 - R_4 R_x)}{R_G(R_2 + R_3 + R_4 + R_x) + (R_3 + R_x)(R_2 + R_4)} \quad (1.20)$$

Mostek jest w równowadze, gdy $I_G = 0$.

Uwzględniając (1.20) otrzymujemy warunek równowagi mostka

$$R_2 R_3 = R_4 R_x$$

Mierzoną rezystancję w mostku zrównoważonym można wyznaczyć ze wzoru

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$

Mostek zrównoważony i niezrównoważony.

Stan mostka, w którym przez galwanometr nie płynie prąd nazywa się stanem równowagi mostka, a mostek nazywamy mostkiem zrównoważonym. Równowagę mostka można uzyskać przez zmianę stosunku rezystancji dwu ramion mostka, przy stałej rezystancji ramienia trzeciego, lub przy zmianie rezystancji jednego ramienia gdy stosunek rezystancji pozostałych ramion jest stały.

Mostkiem Wheatstone'a można również mierzyć rezystancję metodą wychyłową. Przy stałym napięciu zasilania mostka ($U = \text{const}$), prąd płynący przez galwanometr jest proporcjonalny (w pewnym zakresie) do mierzonej rezystancji. Wskazanie galwanometru można wykorzystać do określenia mierzonej rezystancji. Mostek pracujący w stanie nierównowagi nazywa się mostkiem niezrównoważonym.

Czułość mostka (błąd nieczułości mostka).

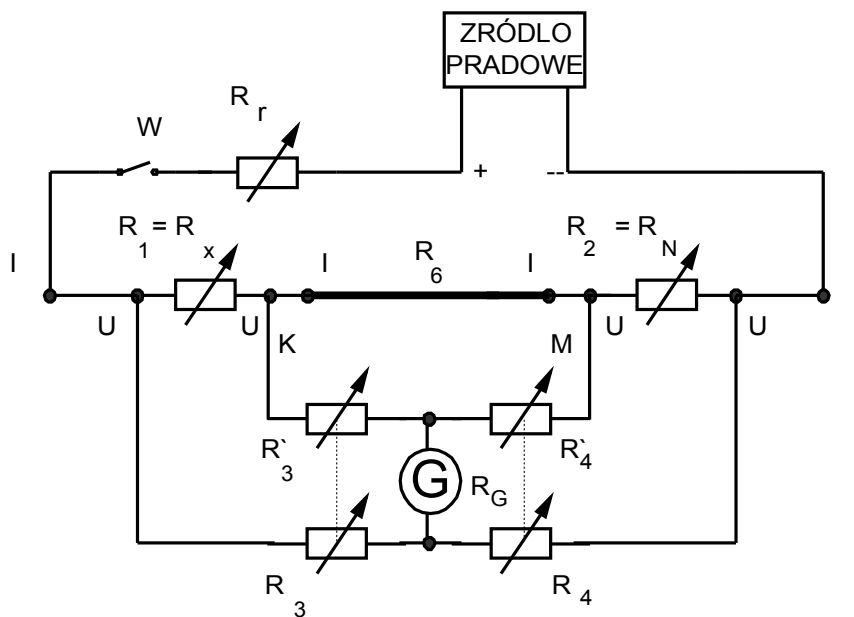
Czułością mostka nazywa się taką wartość ΔR_x , jaką należy zmienić R_x , aby galwanometr ze stanu równowagi wychylił się o jedną działkę. Błąd nieczułości można obliczyć z równania (1.20) różniczkując je po każdej ze zmiennych.

Dobór elementów mostka.

- błąd nieczułości jest tym mniejszy im napięcie zasilające mostek jest wyższe oraz im większa jest czułość galwanometru,
- przy danym napięciu zasilającym czułość układu jest większa przy małych rezystancjach gałęzi mostka,
- galwanometr należy umieścić między punktami łączącymi dwie duże rezystancje i dwie rezystancje małe,
- gdy rezystancja układu widziana ze strony galwanometru jest większa od jego rezystancji krytycznej, stosuje się bocznik do galwanometru, jeżeli jest ona mniejsza od rezystancji krytycznej galwanometru, to włącza się w szereg odpowiedni opornik,
- należy wykorzystywać jak najwięcej zakresów oporników dekadowych.

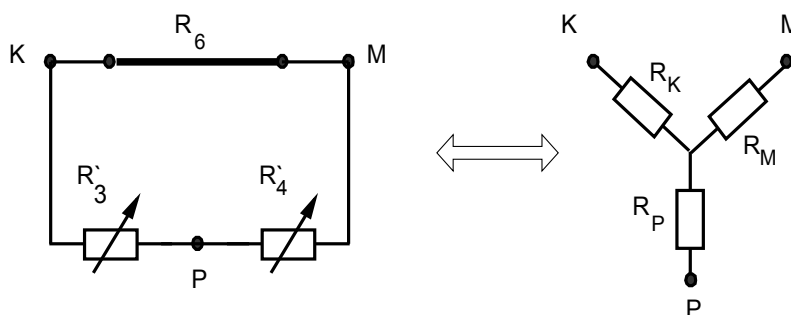
1.1.3.2. Mostek Thomsona

Mostek Thomsona służy do pomiaru rezystancji z zakresu $10^{-7} \Omega \leq R \leq 10 \Omega$. W omawianym poprzednio mostku Wheatson'a rezystancje styków i przewodów łączących mają wpływ na wynik pomiaru przy rezystancjach mniejszych od 1Ω . Aby wyeliminować wpływ rezystancji styków buduje się układ sześcioramienny, zwany mostkiem Thomsona (rys. 1.5). Oporniki o małych rezystancjach mają cztery zaciski: dwa prądowe ($I - I$) służące do doprowadzenia prądu i dwa napięciowe ($U - U$) do pomiaru spadku napięcia na rezystancji pomiędzy nimi. Mostek Thomsona zbudowany jest z rezystancji mierzonej $R_1 = R_x$ z zaciskami prądowymi i napięciowymi, opornika wzorcowego $R_2 = R_N$ posiadającego również zaciski prądowe i napięciowe. Są to oporniki o małych rezystancjach. Pozostałe oporniki wzorcowe R_3, R'_3 i R_4, R'_4 mają rezystancje stosunkowo duże. Poza tym pomiędzy punktami K M występuje rezystancja zacisków prądowych i doprowadzeń R_6 , która może być porównywalna z rezystancjami R_x i R_N . W stosunku do R_3, R'_3 i R_4, R'_4 rezystancje styków i doprowadzeń są pomijalne.



Rys.1.5. Układ mostka Thomsona

Do analizy mostka układ sześcioramienny zamieniamy na równoważny układ mostka czteroramiennego. W tym celu trójkąt rezystancji KMP zamieniamy na równoważną gwiazdę (rys. 1.6).



Rys.1.6. Zamiana trójkąta rezystancji na równoważną gwiazdę

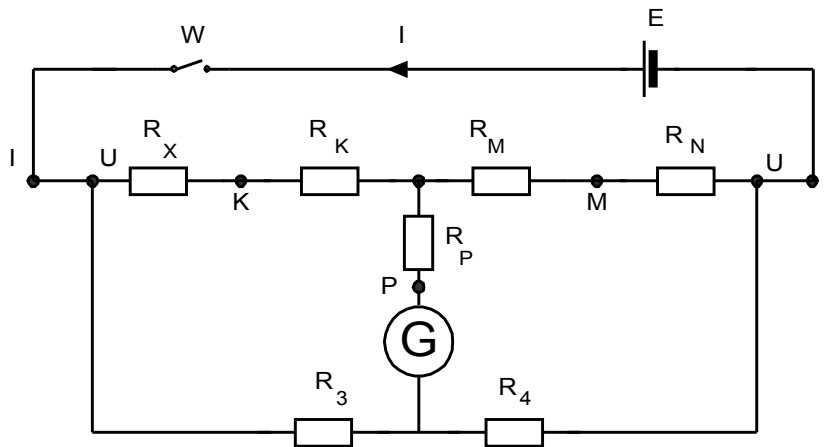
Mając rezystancje trójkąta R_3, R_4, R_6 otrzymujemy następujące rezystancje gwiazdy

$$R_K = \frac{R'_3 R'_6}{R'_3 + R'_4 + R_6} \quad (1.22)$$

$$R_M = \frac{R'_4 R_6}{R'_3 + R'_4 + R_6} \quad (1.23)$$

$$R_P = \frac{R'_3 R'_4}{R'_3 + R'_4 + R_6} \quad (1.24)$$

W ten sposób mostek Thomsona został zastąpiony równoważnym w działaniu mostkiem Wheatstone'a (rys.1.7).



Rys.1.7. Mostek Whheatsone`a równoważny mostkowi Thomsona

Układ z rys.1.7 jest w równowadze, gdy spełniona jest zależność

$$(R_x + R_K)R_4 = (R_N + R_M)R_3 \quad (1.25)$$

Po podstawieniu rezystancji gwiazdy (1.22) i (1.23) otrzymamy

$$\left(R_x + \frac{R'_3 R_6}{R_3 + R'_4 + R_6} \right) R_4 = \left(R_N + \frac{R'_4 R_6}{R_3 + R'_4 + R_6} \right) R_3 \quad (1.26)$$

Z wyrażenia (1.25) otrzymujemy wzór na wyznaczenie mierzonej rezystancji

$$R_x = \frac{R_3 R_N}{R_4} + \frac{R_6 (R'_4 R_3 - R_4 R'_3)}{R_4 (R'_3 + R'_4 + R_6)} \quad (1.26)$$

Jeżeli w mostku tak dobierzemy oporniki że

$$\frac{R'_3}{R_3} = \frac{R'_4}{R_4} \quad (1.27)$$

to drugi składnik wyrażenia (1.26) jest równy zero i mierzoną rezystancję obliczamy ze wzoru

$$R_x = \frac{R_4}{R_3} R_N \quad (1.28)$$

W rozwiązaniach praktycznych warunek (1.27) jest spełniony przez jednoczesną regulację oporników R_4 i R'_4 oraz R_3 i R'_3 przy $R_4 = R'_4$ oraz $R_3 = R'_3$ lub przez budowę oporników sprzężonych mechanicznie. Aby błędy pomiaru były możliwie małe, rezystancja R_6 musi być jak najmniejsza. W tym celu stosuje się połączenie punktów I – I (rys.1.5) rezystancji R_6 za pomocą grubej miedzianej zwory.

Dokładność pomiarów.

- Czułością mostka nazywa się taką wartość ΔR_x o jaką należy zmienić R_x , aby galwanometr wychylił się ze stanu równowagi o 1 działkę. Błąd nieczułości można wyznaczyć praktycznie. W układzie zrównoważonym zakłóca się opornikiem R_4 równowagę tak aby otrzymać ledwie dostrzegalne wychylenie galwanometru. Błąd nieczułości wyznacza się ze wzoru

$$\delta_{c\%} = \frac{\Delta R_4}{R_4} \cdot 100\% \quad (1.29)$$

- Błąd systematyczny graniczny zależy od dokładności wykonania oporników wzorcowych i oblicza się go za pomocą różniczki zupełnej. W tym celu należy obliczyć pochodne cząstkowe w odniesieniu do wszystkich sześciu oporników mostka. Maksymalny błąd systematyczny równa się sumie wartości bezwzględnych poszczególnych błędów i wynosi

$$|\Delta R_x| = |\Delta R_N| + |\Delta R_3| + |\Delta R_4| + \frac{R_6}{R_x + R_N} (|\Delta R_3| + |\Delta R_4| + |\Delta R_3| + |\Delta R_4|)$$

Procentowy błąd systematyczny wynosi

$$\delta_{s\%} = \frac{|\Delta R_x|}{R_x} \cdot 100\% \quad (1.30)$$

- Błąd przypadkowy można wyeliminować przez kilkakrotny pomiar i każdorazową zmianę kierunku przepływu prądu.
- Błąd pomiaru jest sumą błędów: nieczułości, systematycznego granicznego i przypadkowego

Dobór elementów mostka

- im czułość układu jest większa tym dokładność pomiarów jest większa,
- wpływ sił termoelektrycznych można wyeliminować przez zmianę kierunku przepływu prądu,
- rezystancja przewodu łączącego R_x i R_N powinna być jak najmniejsza,
- czułość układu można zwiększyć przez zwiększenie prądu zasilania (nie można przeciążyć opornika wzorcowego o mocy 1W)
- jeżeli rezystancja mostka widziana od strony zacisków galwanometru jest mniejsza od rezystancji krytycznej galwanometru, to należy zastosować opornik szeregowy do galwanometru, jeżeli jest większa to należy zastosować bocznik do galwanometru,
- należy wykorzystać jak najwięcej dekad oporników dekadowych,

1.2. Przebieg ćwiczenia

1.2.1. Pomiar rezystancji metodami technicznymi.

Należy zmierzyć rezystancję czterech oporników. Przed pomiarami, znając moc oraz orientacyjną rezystancję określić dopuszczalne wartości prądu i napięcia dla danego opornika, a na podstawie znanych rezystancji amperomierza i woltomierza wybrać właściwy układ pomiarowy. W tym celu należy skorzystać z zależności

Gdzie: R_{xgr} – taka wartość mierzonej rezystancji przy której błędy dla obu metod są takie same,
 R_A – opór wewnętrzny amperomierza,
 R_V – opór wewnętrzny woltomierza

Następnie połączyć układ pomiarowy według schematu podanego na rys.1.1 lub 1.2.

Wyniki zanotować w tabeli 1.2.

Tabela 1.1.

| Lp. | U | I | R_{Xi} | $R_{X\ \acute{s}r}$ | $\Delta R_{X\ syst}$ | $R_{Xi} \pm$ | $R_{X\ \acute{s}r\ popr}$ |
|-----|---|---|----------|---------------------|----------------------|----------------------|---------------------------|
| | V | A | Ω | Ω | Ω | $\Delta R_{X\ syst}$ | Ω |
| | | | | | | | |

$$R_A = \dots\dots\dots \Omega$$

$$R_V = \dots\dots\dots \Omega$$

1.2.2. Pomiar rezystancji metodą porównawczą.

Rezystancję R_X wyznaczamy w układzie przedstawionym na rys. 1.3.

Opór wzorcowy R_N należy dobrać tego samego rzędu co opór mierzony. Woltomierz powinien mieć dużą rezystancję wewnętrzną tak aby nie bocznikować mierzonej rezystancji.

Następnie wykonać pięciokrotny pomiar U_N i U_X dla różnych wartości prądu.

Jeśli mierzona rezystancja jest mała ($R_X < 10 \Omega$), to pomiar należy powtórzyć po zmianie kierunku przepływu prądu.

1.2.3. Pomiar rezystancji metodami mostkowymi.

1.2.3.4. Mostek Wheatstone'a

Połączyć układ pomiarowy według rysunku 1.4.

Znając przybliżoną wartość rezystancji R_X i korzystając z wzoru (1.21) ustalić wstępną równowagę mostka.

Uwaga! Wszystkie pomiary rozpoczynać przy małej czułości galwanometru,

nieprzestrzeganie tej zasady grozi uszkodzeniem przyrządu.

Zanotować nastawy rezystorów dekadowych w momencie największej czułości galwanometru. Odpisać klasy użytych rezystorów i określić błąd systematyczny.

Następnie powtórzyć pomiary z wykorzystaniem mostka laboratoryjnego MWT-77 oraz mostka technicznego.

1.2.3.5. Mostek Thomsona

Połączyć układ pomiarowy według rysunku 1.5.

Należy zwrócić uwagę na rezystancję styków i przewodów łączących.

Podobnie jak w poprzednim punkcie ustalić wstępną równowagę i zachować ostrożność przy pomiarach z użyciem galwanometru.

Zanotować wyniki pomiarów i klasy użytych przyrządów.

Korzystając ze wzoru (1.29) określić czułość mostka.

Powtórzyć pomiary z wykorzystaniem mostka laboratoryjnego MWT-77 oraz mostka technicznego.

1.3. Zakres sprawozdania

1.3.1. Przy pomiarach rezystancji metodami technicznymi wyznaczyć wartość rezystancji granicznej, błędy systematyczne. Ocenić czy dla mierzonej rezystancji została wybrana właściwa metoda pomiarowa.

1.3.2. W metodzie porównawczej wyznaczyć wartość R_x oraz określić błąd metody lub przy wykonywaniu serii pomiarowej określić błąd przypadkowy (opis w ćwiczeniu „Kompensatory Clarka i Lindeck-Rotha”).

1.3.3. W pomiarach z wykorzystaniem mostków składanych wyznaczyć błędy wynikające z klasy użytych elementów, natomiast przy pomiarach mostkiem laboratoryjnym i technicznym określić błąd pomiaru na podstawie klasy przyrządu podanej przez producenta.

Określić jakie są zasady doboru elementów mostków.

LITERATURA

[1] Komorowski W. Laboratorium miernictwa elektrycznego.